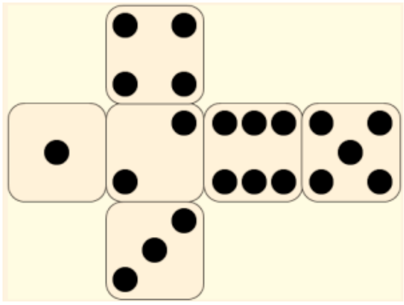
Übung 3 (Zu Video-Folge 7, 8, 9)

1. Die kleine Hanna hat einen wasserfesten Folienstift in die Hände bekommen und malt bei ihrem Würfel zu jeder geraden Augenzahl einen Punkt in der Mitte hinzu. Nur bei der Sechs kommt ihr das doch zu komisch vor, und sie ändert dort nichts.



a) Ergänzen Sie die von Hanna vorgenommenen Veränderungen des Würfels.

b) Hanna würfelt nun dreimal hintereinander. Die Fünf soll gewinnen. Ergänzen Sie anhand eines vollständigen Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Auftreten von Fünfen bei dreimaligem Würfeln. Die Variable x zähle deren Anzahl. Tragen Sie die Ergebnisse der Rechnungen in die Tabelle ein.

x	0	1	2	3
P(X=x)				

c) Bestimmen Sie mit den Pfadregeln die Wahrscheinlichkeit P(A) für das Ereignis A, dass Fünf und Nicht-Fünf in drei Stufen abwechselnd auftreten.

d) Geben Sie <u>verbal</u> die Gegenereignisse für das mehrfache Werfen eines Würfels an:
- i) Bei dreimaligem Würfeln fällt mindestens eine Fünf.
- ii) Bei viermaligem Würfeln fällt eine gerade Anzahl von Sechsen.
- iii) Bei fünfmaligem Würfeln fällt höchstens viermal eine Eins.
- iv) Bei zehnmaligem Würfeln fällt nie die Drei.

2. Der asiatische Autohersteller Koyota exportiert 1200 Neuwagen vom Typ Controlla nach Deutschland, davon 600 im Farbton dottergelb, 400 schwarz und 200 giftgrün. Die Wagen sind hinsichtlich der Farbe nach dem Zufallsprinzip verladen worden und werden auch in zufälliger Folge entladen. Eine Zufallsvariable X zähle die schwarzen unter den ersten vier entladenen Autos.

a) Begründen Sie, warum für das Auftreten schwarzer Wagen unter den ersten vier näherungsweise die Binomialverteilung angenommen werden kann.

b) Berechnen Sie mit der Gleichung der Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass unter den ersten vier Wagen genau zwei schwarze sind. Geben Sie zuvor die entsprechenden Werte für n, p und x an.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein schwarzer Wagen dabei ist. Rechnen sie dabei ökonomisch mit dem Gegenereignis, das Sie zunächst verbal formulieren.

3. Die nachfolgende Berechnung ist mit der Gleichung der Binomialverteilung vorgenommen worden:

$$P(X = 3) = 10 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

a) Erläutern Sie die Bedeutung der darin enthaltenen Zahlen 5, 3, ¼ und ¾.

b) Erfinden Sie ein passendes mehrstufiges Zufallsexperiment und darin eine Aufgabenstellung, zu der die obige Gleichung eine Antwort geben könnte.
[z. B. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei … -maligem … usw.]

c) Bei der folgenden Berechnung eines anderen mehrstufigen Zufallsexperimentes mit der Binomialverteilung ist durch ein Missgeschick Kaffee über einige Teile der Gleichung getropft. Rekonstruieren Sie die (merkwürdigerweise rechteckigen) „Kaffeeflecken“.

$$P(X = 2) = \blacksquare \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\blacksquare} \cdot (\blacksquare)^3$$

d)* Hier fehlen – wie in c) – Teile der Gleichung, aber diese ist noch schlimmer beschädigt.

$$P(X = \blacksquare) = 6 \cdot 0{,}4^{\blacksquare} \cdot \left(\frac{\blacksquare}{5}\right)^{\blacksquare}$$

4. In einem Topf befinden sich: 30 Bounty; 20 Mars; 10 Twix; 40 Snickers.
Es wird „blind“ gezogen und gegessen.

a) Geben Sie für folgende Ereignisse die Wahrscheinlichkeit bei <u>einmaligem</u> Ziehen an.
A: Ein Bounty wird gezogen
B: Ein Mars oder ein Twix wird gezogen.
C: Kein Twix wird gezogen.
D: Ein Snickers oder kein Bounty wird gezogen.

Verwenden Sie im Folgenden die <u>Binomialverteilung</u> als <u>Näherung</u> für mehrere Ziehungen. Überlegen Sie, wann das gerechtfertigt sein kann.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, in <u>sechs</u> Ziehungen genau zwei Mars sowie mindestens zwei Mars zu bekommen. Geben Sie die Anzahl der möglichen Abläufe des Versuchs (Pfade) an, die genau zwei Mal Mars enthalten.

c) Berechnen Sie (auch mit der Binomialverteilung) die Zahl der Ziehungen, die mindestens durchgeführt werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% oder höher wenigstens ein Mars zu ziehen.